

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

SISTEMA DECIMAL

Número de algarismos: 10

Dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Base: 10

Fórmula geral: $a_{n-1}.10^{n-1} + \dots + a_2.10^2 + a_1.10^1 + a_0.10^0$

Formação dos números: Já conhecido

Aplicação da fórmula geral para o numero 2374_{10}

$$\begin{aligned}
& \begin{matrix} 2 & 3 & 7 & 4 \\ A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \end{matrix} = \\
& = 2.10^3 + 3.10^2 + 7.10^1 + 4.10^0 \\
& = 2.100 + 3.100 + 7.10 + 4.1 \\
& = 2000 + 300 + 70 + 4 \\
& = 2374_{10}
\end{aligned}$$

SISTEMA OCTAL

Número de algarismos: 8 (não existe os números 8 e 9)

Dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Base: 8

Fórmula geral: $a_{n-1}.8^{n-1} + \dots + a_2.8^2 + a_1.8^1 + a_0.8^0$

Formação dos números:

0	1	2	3	4	5	6	7
10	11	12	13	14	15	16	17
20	21	22	23	24	25	26	27
.							
30	31	32	33	34	35	36	37
40	41	42	43	44	45	46	47
50	51	52	53	54	55	56	57
60	61	62	63	64	65	66	67
70	71	72	73	74	75	76	77
100	101	102	103	104	105	106	107
.							
110	111	112	113	114	115	116	117
120	121	122	123	124	125	126	127
130	131	132	133	134	135	136	137
140	141	142	143	144	145	146	147
150	151	152	153	154	155	156	157
160	161	162	163	164	165	166	167
170	171	172	173	174	175	176	177
1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007

CONVERSÃO DE OCTAL PARA DECIMAL

É realizada aplicando-se a fórmula geral.

Ex. $23_8 \Rightarrow$ sendo 2_{a_1} e 3_{a_0}

$23_8 = a_1.8^1 + a_0.8^0$

$23_8 = 2.8^1 + 3.8^0$

$23_8 = 2.8 + 3.1$

$23_8 = 16 + 3$

$23_8 = 19_{10}$

EXERCÍCIOS

$$\begin{matrix} & A_0 \\ a) & 7 & 5_8 = \\ & A_1 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
& a_1.8^1 + a_0.8^0 \\
& = 7.8^1 + 5.8^0 \\
& = 56 + 5 \\
& = 61_{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{matrix} & A_0 \\ b) & 6 & 1 & 5_8 = \\ & A_2 & A_1 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
& a_2.8^2 + a_1.8^1 + a_0.8^0 \\
& = 6.8^2 + 1.8^1 + 5.8^0 \\
& = 384 + 8 + 5 \\
& = 397_{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{matrix} & A_0 \\ c) & 5 & 4 & 3 & 0_8 = \\ & A_3 & A_2 & A_1 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
& a_3.8^3 + a_2.8^2 + a_1.8^1 + a_0.8^0 \\
& = 5.8^3 + 4.8^2 + 3.8^1 + 0.8^0 \\
& = 2560 + 256 + 24 + 0 \\
& = 2840_{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{matrix} & A_0 \\ & 7 & 6 & 0 & 4 & 2_8 = \\ & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
& a_4.8^4 + a_3.8^3 + a_2.8^2 + a_1.8^1 + a_0.8^0 \\
& = 7.8^4 + 6.8^3 + 0.8^2 + 4.8^1 + 2.8^0 \\
& = 28672 + 3072 + 32 + 2 \\
& = 31778_{10}
\end{aligned}$$

SISTEMA HEXADECIMAL

Número de algarismos: 16

Dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Base: 16

Fórmula geral: $a_{n-1} \cdot 16^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 16^2 + a_1 \cdot 16^1 + a_0 \cdot 16^0$

Formação dos números:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
 10, 11.....1E 1F
 20, 21, 22.....2A, 2B, 2C, 2D, 2E, 2F
 .
 .
 90, 91.....9A, 9B, 9C, 9D, 9E, 9F
 A0, A1.....AF
 B0, B1.....BF
 C0, C1.....CF
 D0, D1.....DF
 E0, E1.....EF
 F0, F1.....FF
 100, 101.....109, 10A, 10B, 10C, 10D, 10E, 10F
 990, 991.....999, 99A, 99B, 99C, 99D, 99E, 99F
 A00, A01.....A09, A0A, A0B, A0C, A0D, A0E, A0F
 .
 .
 FF0, FF1.....FF9, FFA, FF B, FFC, FFD, FFE, FFF
 1000, 1001.....1009, 100A, 100B, 100C, 100D, 100E, 100F
 1010.....

Converter hexadecimal para decimal é realizado aplicando-se a fórmula geral:

Ex:

$$14_{16} = 1 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0$$

$$14_{16} = 1 \cdot 16 + 4 \cdot 1$$

$$= 16 + 4$$

$$= 20_{10}$$

EXERCÍCIO

Converter de hexadecimal para decimal.

a) $38_{16} = 3 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 3 \cdot 16 + 8 \cdot 1 = 48 + 8 = 56_{10}$

b) $CE_{16} = C \cdot 16^1 + E \cdot 16^0 = 12 \cdot 16 + 14 \cdot 1 = 192 + 14 = 206_{10}$

c) $CAD E_{16} = C \cdot 16^3 + A \cdot 16^2 + D \cdot 16^1 + E \cdot 16^0 = 12 \cdot 4096 + 10 \cdot 256 + 13 \cdot 16 + 14 \cdot 1 = 49152 + 2560 + 208 + 14 = 51934_{10}$

d) $FACAD A_{16} = F \cdot 16^5 + A \cdot 16^4 + C \cdot 16^3 + A \cdot 16^2 + D \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 = 15 \cdot 1048576 + 10 \cdot 65536 + 12 \cdot 4096 + 10 \cdot 256 + 13 \cdot 16 + 10 \cdot 0 = 15728640 + 655360 + 49152 + 2560 + 208 + 10 = 16435930_{10}$

d)
$$\begin{aligned}
 & \overset{A0}{F} \overset{A5}{8} \overset{A4}{E} \overset{A3}{9} \overset{A2}{D} \overset{A1}{4} C_{16} = \\
 & = F \cdot 16^6 + 8 \cdot 16^5 + E \cdot 16^4 + 9 \cdot 16^3 + D \cdot 16^2 + 4 \cdot 16^1 + C \cdot 16^0 \\
 & = 15 \cdot 16777216 + 8 \cdot 1048576 + 14 \cdot 65536 + 9 \cdot 4096 + 13 \cdot 256 + 4 \cdot 16 + 12 \cdot 1 \\
 & = 251658240 + 8388608 + 917504 + 36864 + 3328 + 64 + 12 \\
 & = 261004620_{10}
 \end{aligned}$$

SISTEMA BINÁRIO

Número de algarismos: 2

Dígitos: 0 1

Base: 2

Fórmula geral: $a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$

Formação dos números:

0	1
10	11
100	101
110	111
1000	1001

Exemplo de conversão binário para decimal:

$$\overset{A3}{1} \overset{A2}{0} \overset{A1}{1} \overset{A0}{1}_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$$

Exercício:

Gerar os vinte primeiros números em:

DECIMAL	OCTAL	HEXADECIMAL	BINÁRIO
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	5	101
6	6	6	110
7	7	7	111
8	10	8	1000
9	11	9	1001
10	12	A	1010
11	13	B	1011
12	14	C	1100
13	15	D	1101
14	16	E	1110
15	17	F	1111
16	20	10	10000
17	21	11	10001
18	22	12	10010
19	23	13	10011

Cada dígito de um número binário dá-se o nome de bit, o bit pode assumir 0 ou 1.

Regra: "Para **N** bits, são gerados 2^N combinações de bits. Portanto para três bits temos $2^3 = 8$ números, ou seja 8 combinações possíveis." Exemplo com N=4 bits, temos $2^4 = 16$ combinações possíveis.

Exemplo Gerar todos os números binários com três bits. $2^3=8$ números

000
001
010
011
100
101
110
111

3) gerar todos os números binários com 4 e com 5 bits.

4 DÍGITOS		5 DÍGITOS	
DECIMAL	BINÁRIO	DECIMAL	BINÁRIO
0	0000	0	00000
1	0001	1	00001
2	0010	2	00010
3	0011	3	00011
4	0100	4	00100
5	0101	5	00101
6	0110	6	00110
7	0111	7	00111
8	1000	8	01000
9	1001	9	01001
10	1010	10	01010
11	1011	11	01011
12	1100	12	01100
13	1101	13	01101
14	1110	14	01110
15	1111	15	01111
		16	00000
		17	00001
		18	00010
		19	00011
		20	00100
		21	00101
		22	00110
		23	00111
		24	01000
		25	01001
		26	01010
		27	01011
		28	01100
		29	01101
		30	01110
		31	01111

4) Converter de binário para decimal

a) $1 \overset{A3}{0} \overset{A2}{1} \overset{A1}{1} \overset{A0}{2} = 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$

b) $\overset{A_6}{1} \overset{A_5}{1} \overset{A_4}{0} \overset{A_3}{0} \overset{A_2}{1} \overset{A_1}{0} \overset{A_0}{1}_2 =$
 $= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
 $= 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1$
 $= 101_{10}$

c) $\overset{A_8}{1} \overset{A_7}{1} \overset{A_6}{1} \overset{A_5}{0} \overset{A_4}{0} \overset{A_3}{0} \overset{A_2}{1} \overset{A_1}{0} \overset{A_0}{0}_2 =$
 $= 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
 $= 256 + 128 + 64 + 0 + 0 + 0 + 4 + 0 + 0$
 $= 452_{10}$

d) $\overset{A_{10}}{1} \overset{A_9}{0} \overset{A_8}{0} \overset{A_7}{0} \overset{A_6}{0} \overset{A_5}{1} \overset{A_4}{1} \overset{A_3}{0} \overset{A_2}{0} \overset{A_1}{1} \overset{A_0}{1}_2 =$
 $= 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
 $= 1024 + 0 + 0 + 0 + 0 + 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1$
 $= 1075_{10}$