

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

SISTEMA DECIMAL

Número de algarismos: 10

Dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Base: 10

Fórmula geral: $a_n \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$

Formação dos números:

Aplicação da fórmula geral para o número 2374_{10}

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 2 & 3 & 7 & 4 \\ A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \end{matrix} = \\ & = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\ & = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 4 \cdot 1 \\ & = 2000 + 300 + 70 + 4 \\ & = 2374_{10} \end{aligned}$$

SISTEMA OCTAL

Número de algarismos: 8 (não existe os números 8 e 9)

Dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Base: 8

Fórmula geral: $a_{n-1} \cdot 8^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 8^2 + a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0$

Formação dos números:

0 1 2 3 4 5 6 7
10 11.....16 17
20 21.....26 27

CONVERSÃO DE OCTAL PARA DECIMAL

É realizada aplicando-se a fórmula geral.

Ex. 23_8

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 2 & 3 \\ A_1 & A_0 \end{matrix} = \\ & = a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0 \\ & = 2 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 \\ & = 16 + 3 \\ & = 19_{10} \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{matrix} & A_0 \\ 7 & 5 \\ A_1 & \end{matrix} 8 = \\ & a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0 \\ & = 7 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 \\ & = 56 + 5 \\ & = 61_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \begin{matrix} & & A_0 \\ 6 & 1 & 5 \\ A_2 & A_1 & \end{matrix} 8 = \\ & a_2 \cdot 8^2 + a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0 \\ & = 6 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 \\ & = 384 + 8 + 5 \\ & = 397_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \begin{matrix} & & & A_0 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ A_3 & A_2 & A_1 & \end{matrix} 8 = \\ & a_3 \cdot 8^3 + a_2 \cdot 8^2 + a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0 \\ & = 5 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 \\ & = 2560 + 256 + 24 + 0 \\ & = 2840_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} & & & & A_0 \\ 7 & 6 & 0 & 4 & 2 \\ A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & \end{matrix} 8 = \\ & a_4 \cdot 8^4 + a_3 \cdot 8^3 + a_2 \cdot 8^2 + a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0 \\ & = 7 \cdot 8^4 + 6 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 \\ & = 28672 + 3072 + 32 + 2 \\ & = 31778_{10} \end{aligned}$$

SISTEMA HEXADECIMAL

Número de algarismos: 16

Dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E

Base: 16

Fórmula geral: $a_{n-1}.16^{n-1} + \dots + a_2.16^2 + a_1.16^1 + a_0.16^0$

Formação dos números:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
 10, 11.....1E 1F
 21, 22.....2A, 2B, 2C, 2D, 2E, 2F
 .
 .
 .
 90, 91.....9F
 A0, A1.....AF
 B0, B1.....BF

Converter hexadecimal para decimal é realizado aplicando-se a fórmula geral:

Ex:

$$\begin{aligned} 14_6 &= 1.16^1 + 4.16^0 \\ &= 1.16 + 4.1 \\ &= 16 + 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

EXERCÍCIO

Converter de hexadecimal para decimal.

a) $38_{16} =$ $= 3.16^1 + 8.16^0$ $= 3.16 + 8.1$ $= 48 + 8$ $= 56_{10}$	b) $CE_{16} =$ $= C.16^1 + E.16^0$ $= 12.16 + 14.1$ $= 192 + 14$ $= 206_{10}$	c) $CAD E_{16} =$ $= C.16^3 + A.16^2 + D.16^1 + E.16^0$ $= 12.4096 + 10.256 + 13.16 + 14.1$ $= 49152 + 2560 + 208 + 14$ $= 51934_{10}$
--	---	--

d) $FACAD_{16} =$
 $= F.16^5 + A.16^4 + C.16^3 + A.16^2 + D.16^1 + A.16^0$
 $= 15.1048576 + 10.65536 + 12.4096 + 10.256 + 13.16 + 10.0$
 $= 15728640 + 655360 + 49152 + 2560 + 208 + 10$
 $= 16435930_{10}$

d) $F8E9D4C_{16} =$
 $= F.16^6 + 8.16^5 + E.16^4 + 9.16^3 + D.16^2 + 4.16^1 + C.16^0$
 $= 15.16777216 + 8.1048576 + 14.65536 + 9.4096 + 13.256 + 4.16 + 12.1$
 $= 251658240 + 8388608 + 917504 + 36864 + 3328 + 64 + 12$
 $= 261004620_{10}$

SISTEMA BINÁRIO

Número de algarismos: 2

Dígitos: 0 1

Base: 2

Fórmula geral: $a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$

Formação dos números:

0 1
10 11
100 101
110 111
1000 1001

Exercício:

Gerar os vinte primeiros números em:

DECIMAL	OCTAL	HEXADECIMAL	BINÁRIO
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	5	101
6	6	6	110
7	7	7	111
8	10	8	1000
9	11	9	1001
10	12	A	1010
11	13	B	1011
12	14	C	1100
13	15	D	1101
14	16	E	1110
15	17	F	1111
16	20	10	10000
17	21	11	10001
18	22	12	10010
19	23	13	10011

Gerar todos os números binários com três bits. $2^3=8$ números

000
001
010
011
100
101
110
111

Exemplo de conversão binário para decimal:

$$\begin{matrix} A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\ 1 & 0 & 1 & 1_2 \end{matrix} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$$

Regra: “Para **N** bits, são gerados 2^N , nos binários ou combinações de bits. Portanto para três bits temos $2^3=8$ números.”

Número binário: 01000

1 bit = 0 ou 1 → Ou seja, cada dígito de um número binário dá-se o nome de bit.

3) gerar todos os números binários com 4 e com 5 bits.

4 DÍGITOS		5 DÍGITOS	
DECIMAL	BINÁRIO	DECIMAL	BINÁRIO
0	0000	0	00000
1	0001	1	00001
2	0010	2	00010
3	0011	3	00011
4	0100	4	00100
5	0101	5	00101
6	0110	6	00110
7	0111	7	00111
8	1000	8	01000
9	1001	9	01001
10	1010	10	01010
11	1011	11	01011
12	1100	12	01100
13	1101	13	01101
14	1110	14	01110
15	1111	15	01111
		16	00000
		17	00001
		18	00010
		19	00011
		20	00100
		21	00101
		22	00110
		23	00111
		24	01000
		25	01001
		26	01010
		27	01011
		28	01100
		29	01101
		30	01110
		31	01111

4) Converter de binário para decimal

$$a) \overset{A3}{1} \overset{A2}{0} \overset{A1}{1} \overset{A0}{1}_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$$

$$b) \overset{A6}{1} \overset{A5}{1} \overset{A4}{0} \overset{A3}{0} \overset{A2}{1} \overset{A1}{0} \overset{A0}{1}_2 =$$

$$= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1$$

$$= 101_{10}$$

c)
$$\begin{aligned} & \overset{A_8}{1} \overset{A_7}{1} \overset{A_6}{1} \overset{A_5}{0} \overset{A_4}{0} \overset{A_3}{0} \overset{A_2}{1} \overset{A_1}{0} \overset{A_0}{0}_2 = \\ & = 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ & = 256 + 128 + 64 + 0 + 0 + 0 + 4 + 0 + 0 \\ & = 452_{10} \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} & \overset{A_{10}}{1} \overset{A_9}{0} \overset{A_8}{0} \overset{A_7}{0} \overset{A_6}{0} \overset{A_5}{1} \overset{A_4}{1} \overset{A_3}{0} \overset{A_2}{0} \overset{A_1}{1} \overset{A_0}{1}_2 = \\ & = 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ & = 1024 + 0 + 0 + 0 + 0 + 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1 \\ & = 1075_{10} \end{aligned}$$

09/06/2010

CONVERSÃO BINÁRIO / DECIMAL - MÉTODO 2

Consiste em somar os pesos dos dígitos em '1' no número binário.

TABELA DE PESOS BINÁRIOS PARA 13 BITS.

A ₁₂	A ₁₁	A ₁₀	A ₉	A ₈	A ₇	A ₆	A ₅	A ₄	A ₃	A ₂	A ₁	A ₀
2 ₁₂	2 ₁₁	2 ₁₀	2 ₉	2 ₈	2 ₇	2 ₆	2 ₅	2 ₄	2 ₃	2 ₂	2 ₁	2 ₀
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Exemplo 1:

$$\overset{A_6}{1} \overset{A_5}{\emptyset} \overset{A_4}{1} \overset{A_3}{1} \overset{A_2}{\emptyset} \overset{A_1}{\emptyset} \overset{A_0}{\emptyset}_2 = \text{decimal?}$$

$$64 + 16 + 8 = 88_{10}$$

Exemplo 2:

$$\overset{A_8}{1} \overset{A_7}{\emptyset} \overset{A_6}{\emptyset} \overset{A_5}{\emptyset} \overset{A_4}{1} \overset{A_3}{\emptyset} \overset{A_2}{\emptyset} \overset{A_1}{1} \overset{A_0}{1}_2 = \text{decimal?}$$

$$256 + 16 + 2 + 1 = 275_{10}$$

EXERCÍCIOS

Converter de binário para decimal pelo método 2.

- a)
$$\overset{A_6}{1} \overset{A_5}{\emptyset} \overset{A_4}{\emptyset} \overset{A_3}{\emptyset} \overset{A_2}{1} \overset{A_1}{1} \overset{A_0}{1}_2 \rightarrow 64 + 4 + 2 + 1 = 71_{10}$$
- b)
$$\overset{A_{10}}{1} \overset{A_9}{1} \overset{A_8}{\emptyset} \overset{A_7}{\emptyset} \overset{A_6}{\emptyset} \overset{A_5}{\emptyset} \overset{A_4}{1} \overset{A_3}{\emptyset} \overset{A_2}{\emptyset} \overset{A_1}{\emptyset} \overset{A_0}{1}_2 \rightarrow 1024 + 512 + 16 + 1 = 1553_{10}$$
- c)
$$\overset{A_{13}}{1} \overset{A_{12}}{\emptyset} \overset{A_{11}}{1} \overset{A_{10}}{\emptyset} \overset{A_9}{\emptyset} \overset{A_8}{\emptyset} \overset{A_7}{\emptyset} \overset{A_6}{\emptyset} \overset{A_5}{\emptyset} \overset{A_4}{1} \overset{A_3}{\emptyset} \overset{A_2}{\emptyset} \overset{A_1}{1} \overset{A_0}{\emptyset}_2 \rightarrow 8192 + 2048 + 16 + 2 = 10258_{10}$$

CONVERSÃO DECIMAL PARA BINÁRIO

Existem duas formas de fazer esta conversão, a primeira é feita por divisões sucessivas do número decimal por dois. Tornando-se os restos das divisões, inteiros na ordem inversa como o número binário da conversão.

EXEMPLO:

$$53_{10} = \text{binário?}$$

INTEIRO	RESTO
53	
26	1
13	0
6	1
3	0
1	1
0	1

53		2
<u>1</u>		26
		2
<u>0</u>		13
		2
<u>1</u>		6
		2
<u>0</u>		3
		2
<u>1</u>		1
		2
<u>1</u>		0

* Basta pegar o resto da direita para a esquerda.

Então: **110101₂**

75₁₀ = binário? Então: **1001011₂**

133₁₀ = binário? Então: **10000101₂**

75		2
<u>1</u>		37
		2
<u>1</u>		18
		2
<u>0</u>		9
		2
<u>1</u>		4
		2
<u>0</u>		2
		2
<u>0</u>		1
		2
<u>1</u>		

133		2
<u>1</u>		66
		2
<u>0</u>		33
		2
<u>1</u>		16
		2
<u>0</u>		8
		2
<u>0</u>		4
		2
<u>0</u>		2
		2
<u>0</u>		1
		2
<u>1</u>		0

11/06/2010

CONVERSÃO DECIMAL PARA BINÁRIO - MÉTODO 2

Trata-se da subtração, onde monta-se uma tabela de referência, como apresentado abaixo:

NÚMERO DECIMAL	A ₁₁ 2 ₁₁ 2048	A ₁₀ 2 ₁₀ 1024	A ₉ 2 ₉ 512	A ₈ 2 ₈ 256	A ₇ 2 ₇ 128	A ₆ 2 ₆ 64	A ₅ 2 ₅ 32	A ₄ 2 ₄ 16	A ₃ 2 ₃ 8	A ₂ 2 ₂ 4	A ₁ 2 ₁ 2	A ₀ 2 ₀ 1
32	0	0	0	0	0	0	1 ₀	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	1 ₃₁	1 ₁₅	1 ₇	1 ₃	1 ₁	1 ₀
77	0	0	0	0	0	1 ₁₃	0	0	1 ₅	1 ₁	0	1 ₀
3030	1 ₉₈₂	0	1 ₄₇₀	1 ₂₁₄	1 ₈₆	1 ₂₂	0	1 ₆	0	1 ₂	1 ₀	0
2047	0	1 ₁₀₂₃	1 ₅₁₁	1 ₂₅₅	1 ₁₂₇	1 ₆₃	1 ₃₁	1 ₁₅	1 ₇	1 ₃	1 ₁	1 ₀
4055	1 ₂₀₀₇	1 ₉₈₃	1 ₄₇₁	1 ₂₁₅	1 ₈₇	1 ₂₃	0	1 ₇	0	1 ₃	1 ₁	1 ₀
4095	1 ₂₀₄₇	1 ₁₀₂₃	1 ₅₁₁	1 ₂₅₅	1 ₁₂₇	1 ₆₃	1 ₃₁	1 ₁₅	1 ₇	1 ₃	1 ₁	1 ₀

CONVERSÃO DE DECIMAL PARA OCTAL

É feito por divisões sucessivas do número por **8**. Tornando-se os restos das divisões, inteiros na ordem inversa como o número octal da conversão.

Exemplo 1:

153₁₀ = Octal? = **231₈**

153		8
<u>1</u>		19
		8
<u>3</u>		2
		8
<u>2</u>		0

Exemplo 2:

220₁₀ = Octal? = **334₈**

220		8
<u>4</u>		27
		8
<u>3</u>		3
		8
<u>3</u>		0

CONVERTER DE BINÁRIO PARA OCTAL

Para converter de binário para octal há dois métodos. O primeiro é converter o número para decimal e depois para binário. O segundo é usando a tabela abaixo:

DECIMAL	BINÁRIO
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Exemplo 1:

$57_8 = \text{Binário?}$

$5 = 101$ $7 = 111$

Então: 101111_2

Exemplo 2:

$60_8 = \text{Binário?}$

$6 = 110$ $0 = 000$

Então: 110000_2

16/06/2010

CONVERSÃO HEXADECIMAL PARA BINÁRIO

FORMAÇÃO HEXADECIMAL	FORMAÇÃO BINÁRIO
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Exemplo 1:

$98_{16} = \text{Binário?}$

$9 = 1001$ $8 = 1000$

Então: 10011000_2

Exemplo 2:

$2A_{16} = \text{Binário?}$

$2 = 0010$ $A = 1010$

Então: 00101010_2

ATIVIDADE 1: SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

1. Converter usando a formula Geral os números representados em diversos sistemas para o sistema Decimal:

$$a) \begin{matrix} A_2 & A_1 & A_0 \\ 1 & 7 & 3 \end{matrix} 8 = \overbrace{a_{n-1} \cdot 8^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 8^2 + a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0}^{\text{FÓRMULA GERAL}}$$

$$1 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 \rightarrow 64 + 56 + 3 = \boxed{123_{10}}$$

$$b) \begin{matrix} A_2 & A_1 & A_0 \\ 1 & 7 & 3 \end{matrix} 16 = \overbrace{a_{n-1} \cdot 16^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 16^2 + a_1 \cdot 16^1 + a_0 \cdot 16^0}^{\text{FÓRMULA GERAL}}$$

$$1 \cdot 16^2 + 7 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 \rightarrow 256 + 112 + 3 = \boxed{371_{10}}$$

$$c) \begin{matrix} A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} 2 = \overbrace{a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0}^{\text{FÓRMULA GERAL}}$$

$$1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 128 + 32 + 8 + 4 = \boxed{172_{10}}$$

2. Converter os números binários em Decimal utilizando o Método 2 (Tabela)

A₁₂	A₁₁	A₁₀	A₉	A₈	A₇	A₆	A₅	A₄	A₃	A₂	A₁	A₀
2₁₂	2₁₁	2₁₀	2₉	2₈	2₇	2₆	2₅	2₄	2₃	2₂	2₁	2₀
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

$$a) \begin{matrix} A_{11} & A_{10} & A_9 & A_8 & A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{matrix} 2 = 512 + 256 + 128 + 32 + 8 + 2 = \boxed{938_{10}}$$

$$b) \begin{matrix} A_{11} & A_{10} & A_9 & A_8 & A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} 2 = 8 + 4 + 2 + 1 = \boxed{15_{10}}$$

$$c) \begin{matrix} A_{11} & A_{10} & A_9 & A_8 & A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} 2 = 2048 + 16 + 1 = \boxed{2065_{10}}$$

$$d) \begin{matrix} A_{11} & A_{10} & A_9 & A_8 & A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} 2 = 2048 + 1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = \boxed{4094_{10}}$$

3. Converter os números decimais para Binário:

NÚMERO DECIMAL	A ₈	A ₇	A ₆	A ₅	A ₄	A ₃	A ₂	A ₁	A ₀	NÚMERO BINÁRIO
	2 ₈	2 ₇	2 ₆	2 ₅	2 ₄	2 ₃	2 ₂	2 ₁	2 ₀	
	256	128	64	32	16	8	4	2	1	
A) 10	0	0	0	0	0	1 ₂	0	1 ₀	0	000001010₂
B) 33	0	0	0	1 ₁	0	0	0	0	1 ₀	000100001₂
C) 77	0	0	1 ₁₃	0	0	1 ₅	1 ₁	0	1 ₀	001001101₂
D) 254	1 ₂	0	0	0	0	0	0	1 ₀	0	100000010₂

4. Converter os números Binários para Octal e Hexadecimal:

a) **001110101010₂** = **1652₈** **3AA₁₆**
 b) **000000001111₂** = **17₈** **F₁₆**
 c) **100000010001₂** = **4021₈** **811₁₆**
 d) **111111111110₂** = **7776₈** **FFE₁₆**

5. Converter os números decimais para Hexadecimal e Octal:

a) 10₁₀ = **000001010₂** **12₈** **0A₁₆**
 b) 33₁₀ = **000100001₂** **41₈** **21₁₆**
 c) 77₁₀ = **001001101₂** **115₈** **4D₁₆**
 d) 254₁₀ = **100000010₂** **402₈** **102₁₆**